

Ermittlung der Scheitelpunktkoordinaten mithilfe der quadratischen Ergänzung

Die Allgemeine Form der quadratischen Funktion $p: y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ lässt sich durch „Quadratische Ergänzung“ (siehe 8. JGST 8.1 Quadratische Terme) in die Scheitelpunktform der quadratischen Funktion $p: y = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$ umwandeln.

Vorgehensweise	Beispiel: $p: = 5x^2 - 20x + 25$
Klammere den Formparameter a aus dem gesamten Term aus, setze eckige Klammern und berücksichtige die Vorzeichen.	$y = 5 \cdot [x^2 - 4x + 5]$
Halbiere den Formparameter b , quadriere das Ergebnis, addiere es hinter dem x und subtrahiere es direkt dahinter wieder.	$y = 5 \cdot [(x^2 - 4x + 2^2) - 4 + 5]$
Fasse die ersten drei Summanden der eckigen Klammer nach der 1. oder 2. Binomischen Formel zu einem Quadrat zusammen. Fasse anschließend die letzten beiden Summanden der eckigen Klammer zusammen.	$y = 5 \cdot [(x - 2)^2 + 1]$
Multipliziere den Faktor a vor der eckigen Klammer nach dem Distributivgesetz mit den beiden Summanden der eckigen Klammer; achte dabei auf die Vorzeichen.	$y = 5(x - 2)^2 + 5$
Entnehme der Scheitelpunktform die Scheitelpunktkoordinaten	$S(2 5)$

Noch gemeinsam ein Übungsbeispiel:

$$\begin{aligned}
 y &= -2x^2 + 12x + 22 \\
 y &= -2 \cdot [x^2 - 6x - 11] \\
 y &= -2 \cdot [(x^2 - 6x + 3^2) - 9 - 11] \\
 y &= -2 \cdot [(x - 3)^2 - 20] \\
 y &= -2(x - 3)^2 + 40 \Rightarrow S(3 | 40)
 \end{aligned}$$

Aufgabe: Wandeln Sie folgende Funktionsterme in die Scheitelpunktform um und ermitteln Sie anschließend die Scheitelpunktkoordinaten.

$$p_1: y = 2x^2 - 8x + 5$$

$$p_2: y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4,5$$

$$p_3: y = -0,2x^2 - 0,4x + 2,4$$

$$p_4: y = \frac{2}{3}x^2 - 4x + 6$$

$$p_5: y = -2x^2 + 6x + 4,5$$

$$p_6: y = 0,25x^2 - 1$$

Ungeordnete Lösungen: $(3 | 0)$; $(0 | -1)$; $(-1 | 2,6)$; $(2 | -3)$; $(-1 | 5)$; $(1,5 | 9)$