

# Flächeninhalt im Koordinatensystem

## Dreieck im Koordinatensystem:

Wenn nur die Koordinaten der Eckpunkte eines Dreiecks gegeben sind, wird die Fläche mit dem **Determinantenverfahren** berechnet:

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix} \quad \vec{AC} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} \quad \vec{BC} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} c_x & b_x \\ c_y & b_y \end{vmatrix} \quad FE = \frac{1}{2} (c_x \cdot b_y - c_y \cdot b_x) \quad FE$$

Bsp.: A(3|5), B(7|9), C(-2|7)

$$\begin{aligned} A_{\Delta ABC} &= \frac{1}{2} \cdot |\vec{CA} \vec{CB}| \quad FE \\ &= \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 5 & 9 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} \quad FE \\ &= \frac{1}{2} \cdot (5 \cdot 2 - (-2) \cdot 9) \quad FE = \underline{14 \text{ FE}} \end{aligned}$$

## Parallelogramm im Koordinatensystem:

Wenn nur die Koordinaten der Eckpunkte eines Parallelogramms gegeben sind, wird die Fläche mit dem **Determinantenverfahren** berechnet:

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} \quad \vec{AD} = \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \end{pmatrix}$$

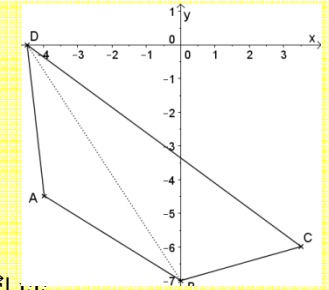
$$A = \begin{vmatrix} a_x & d_x \\ a_y & d_y \end{vmatrix} \quad FE = (a_x \cdot d_y - a_y \cdot d_x) \quad FE$$

Bsp.: A(-3|-1), B(1|-0,5), C(2|1), D(-2|0,5)

$$\begin{aligned} A_{ABCD} &= |\vec{AB} \vec{AD}| \quad FE \\ &= \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 0,5 & 1,5 \end{vmatrix} \quad FE \\ &= (4 \cdot 1,5 - 0,5 \cdot 1) \quad FE = \underline{5,5 \text{ FE}} \end{aligned}$$

## Beliebiges Vieleck im Koordinatensystem:

Der Flächeninhalt eines beliebigen Vielecks lässt sich mit Hilfe des **Dreiecksverfahrens** berechnen. Es werden die Flächeninhalte von Teildreiecken berechnet:



Bsp.:

$$\begin{aligned} A_{ABCD} &= A_{\Delta ABD} + A_{\Delta BCD} \\ &= \frac{1}{2} \cdot |\vec{DA} \vec{DB}| \quad FE + \frac{1}{2} \cdot |\vec{DB} \vec{DC}| \quad FE \end{aligned}$$

## Übungen: Zeichne jeweils und berechne den Flächeninhalt.

A(-3 -2), B(1 1), C(2,5 5)	A(4 1), B(6,5 -2), C(5 7)	Parallelogramm (berechne erst Q): P(-6 2), R(4,5 -1,5), S(-5 6)	P(-4 0); Q(-1 1), R(0 4)	A(-4 -4,5), B(0 -7), C(3,5 -6), D(6,5 -3), E(5,5 2,5), F(0 5), G(-4,5 0)
A(3 1), B(7 3), C(6 5), D(2 3)	K(2 4), L(7 -2), M(6 6)	A(0 -5,5), B(3 -2,5), C(3 4,5), D(0 6), E(-3 4,5), F(-3 -2,5)	Q(6 -3,5), R(-1,5 3,5), S(-5,5 3,5), T(2 -3,5)	A(-2 8), B(4 2), C(2 9)

## Lösungen:

Die Buchstaben der "falschen" Ergebnisse ergeben, in die richtige Reihenfolge gebracht, den Namen einer Stadt.

-----

<b>A</b> (3,5 -5,5); 45,5 FE	<b>C</b> 92 FE	<b>E</b> 5,75 FE	<b>L</b> 15 FE	<b>D</b> 575 FE	<b>E</b> 28 FE	<b>K</b> 55,5 FE	<b>B</b> 4 FE	<b>I</b> 8 FE
<b>T</b> (-5,5 3,5); 4,55 FE	<b>O</b> 9 FE	<b>F</b> 45,75 FE	<b>T</b> 18 FE	<b>R</b> 17 FE	<b>M</b> 12 FE	<b>P</b> 10 FE	<b>R</b> 88 FE	<b>U</b> 14 FE